

Mathematische Betrachtung der Symmetrien von Origami-Parkettierungen

Origami-Parkettierung

Origami-Parkettierungen sind gefaltete Muster. Sie unterscheiden sich von klassischen Origami wie Kranichen oder Fröschen hauptsächlich darin, dass sie sich flach in einer Ebene ausbreiten und dass ihr Aufbau regelmässig und beliebig fortsetzbar ist.

Diese Arbeit behandelt ausschliesslich Origami-Parkettierungen, die aus Twists bestehen (rechts).

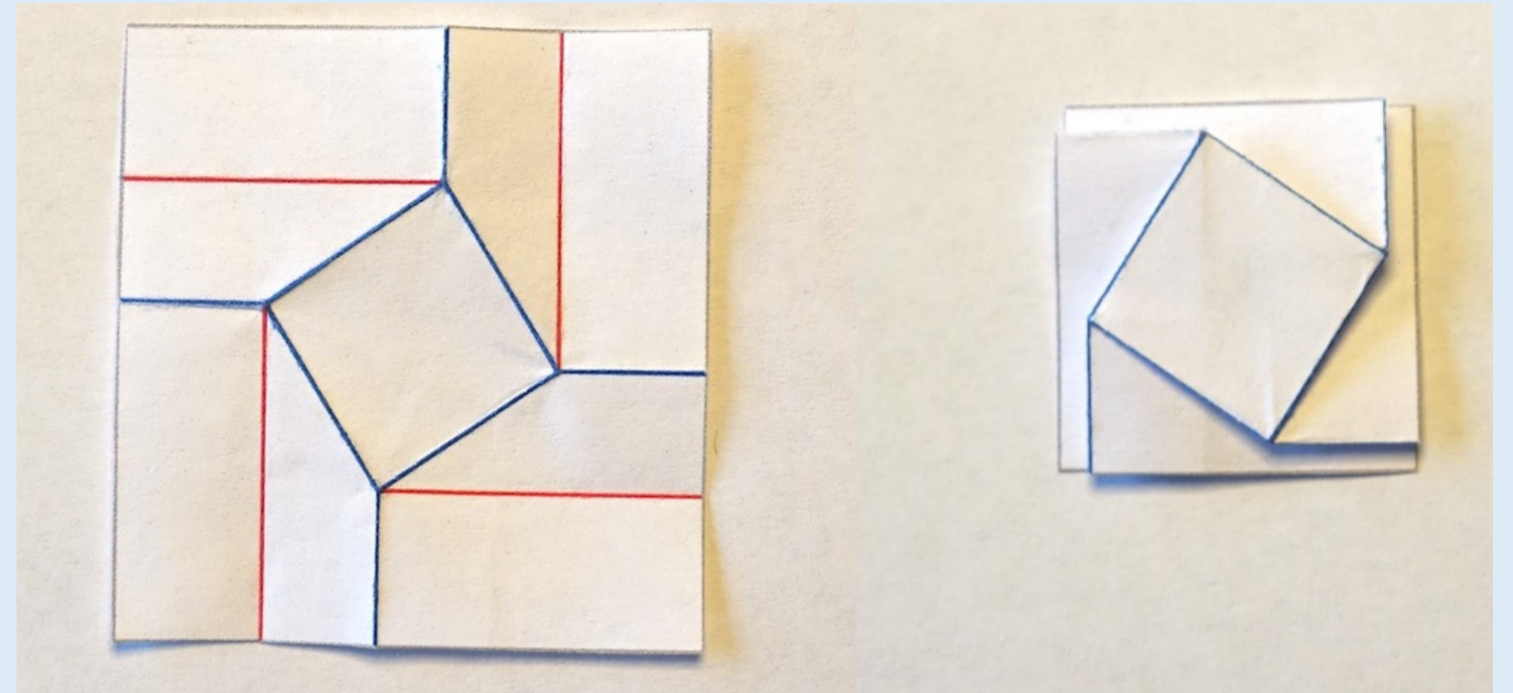


Bild: eine quadratische Twist-Fliese. Links in ihrem ungefalteten, rechts im gefalteten Zustand.

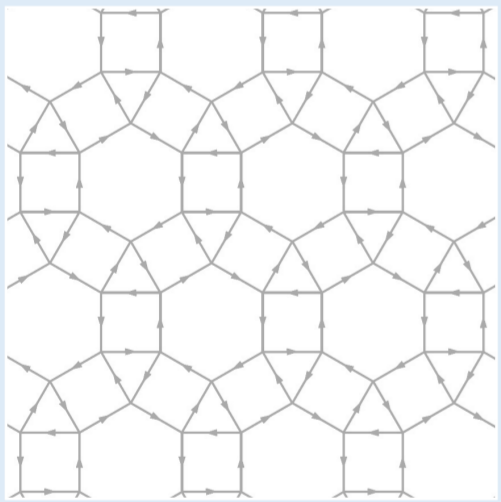
Definition Parkettierung

Eine ebene Parkettierung ist eine Unterteilung der Ebene in Teilflächen. Diese Teilflächen heissen Fliesen und dürfen sich weder überlappen noch Lücken bilden. Beispiele für Parkettierungen sind Bienenwaben und Schachbretter.

Fragestellung

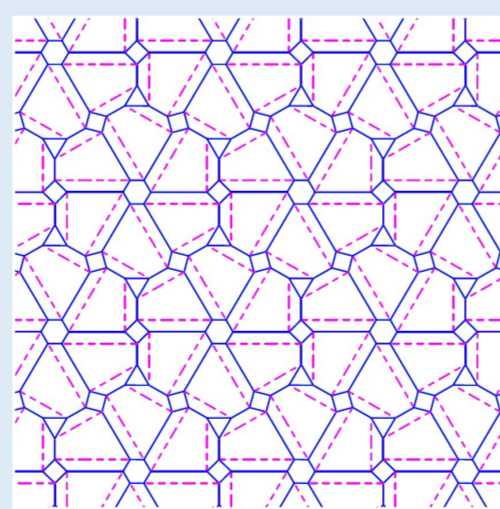
Wenn eine Parkettierung eine bestimmte Symmetrie enthält, welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit diese Symmetrie ebenfalls eine Symmetrie der Origami-Parkettierung ist?

Konstruktion



1. Eine ebene Parkettierung wird benötigt. Diese bildet das Grundgerüst der Origami-Parkettierung.

2. Jede Fliese wird durch das Faltmuster eines Twists ersetzt. In diesem Faltmuster sind die Fliesen in verkleinerter Form wiedererkennbar.



3. Das Faltmuster wird gefaltet. Alle blauen Linien werden zu Bergfalten und alle roten Linien zu Talfalten.

Resultate

In dieser Arbeit erkläre ich, weshalb einige Symmetrien von Parkettierungen in ihren Origami-Parkettierung wiederzufinden sind und andere nicht. Um dies herauszufinden habe ich bei 39 Origami-Parkettierungen Symmetrien bestimmt. In den gesammelten Daten habe ich nach Regelmässigkeiten gesucht und die gefundenen in Beobachtungen ausformuliert und anschaulich begründet. Hier sind drei Beispiele.

Beobachtungen:

- Die Vorderseite der gefalteten Origami-Parkettierung besitzt dieselbe Symmetriegruppe wie das bestimmte Faltmuster.
- Die Symmetriegruppe des unbestimmten Faltmusters enthält keine Spiegelungen.
- Liegt ein n -zähliges Rotationszentrum der Parkettierung auf einem Knoten mit n Kanten, so ist es ein $n/2$ -zähliges Rotationszentrum des Faltmusters.